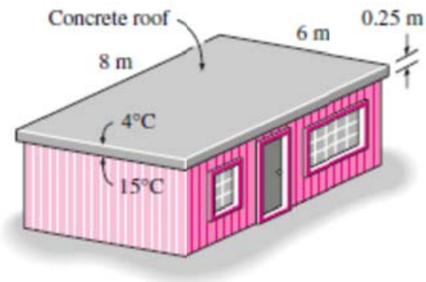
Esercizio 1[1] – calore disperso da una superficie

Il tetto piano di un'abitazione, riscaldata elettricamente, è lungo 6 m, largo 8 m, possiede lo spessore di 0.25 m, ed è costituito da cemento la cui conducibilità termica è di k = 0.8 W/m·°C.

Nella notte le temperature interne ed esterne risultano essere rispettivamente di 15 °C e 4 °C per un periodo di 10 ore.



Determinare:

a. la potenza termica (kW) erogata dalla copertura;
b. la quantità di calore (J) persa dalla copertura dell'edificio;
c. il costo di tale perdita per il proprietario della casa se il costo dell'energia elettrica è di e 0.16 €/kWh.

SOLUZIONE

Assunzioni: 1. Esistono condizioni di funzionamento stazionarie durante tutta la notte. Le temperature delle superficie del tetto rimangono costanti ai valori specificati. 2. Per il tetto vengono utilizzati i dati assunti costanti.

Proprietà: la conducibilità termica del tetto è data da k =0,8 W/m·°C

Sviluppo:

(a) Osservando che il calore viene trasmesso attraverso il tetto attraverso la conduzione e che l'area del tetto è data da A = 6 m x 8 m = 48 m^2 , la velocità con cui il calore viene trasmesso è data da

$$\dot{Q} = kA\frac{T_1 - T_2}{L} = (0.8\,W/m\cdot°C)(48\,m^2)\frac{(15-4)°C}{0.25\,m} = \mathbf{1690\,W = 1.69\,kW}$$

$$Q = kA\frac{T_1 - T_2}{L} = (0.8\,W/m\cdot°C)(48\,m^2)\frac{(15-4)°C}{0.25\,m} = \mathbf{1690\,W = 1.69\,kW}$$

(b) La quantità di calore persa dalla copertura in un periodo di 10 ore ed il suo costo è dato da:

$$Q = \dot{Q}\,\Delta t = (1.69\,kW\,)(10\,h) = \mathbf{16.9\,kWh} = 16.9\,kWh\,1000\,3600 = \mathbf{60\,840\,000\,J}$$

(c) ed il suo costo è dato da:

$$Costo = \ (quantità\ di\ energia)(costo\ unitario\ dell'energia)$$
$$= (16.9\,kWh\,)(0.16\,€/kWh\,) = \mathbf{2.70\,€}$$

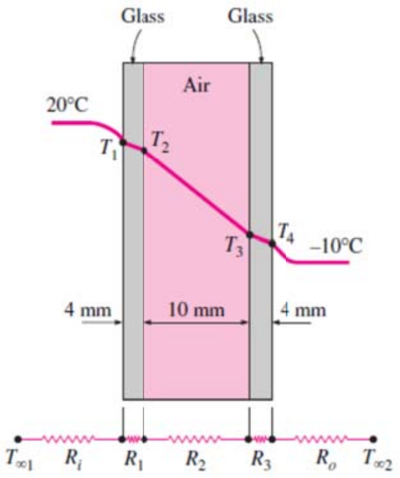
Osservazioni: Il costo per il proprietario di casa della perdita di calore attraverso il tetto di quella notte è stato di € 27.04. La bolletta del riscaldamento totale della casa sarà molto maggiore, poiché in questi calcoli non si sono considerate le perdite di calore attraverso le pareti.

[1] Esempio 1-5 pag. 19 - Heat and Mass Transfer: Fundamentals & Applications – Y. Cengel - McGraw-Hill, 2011

Esercizio 2[2] – calore trasmesso attraverso un doppio- vetro

Si consideri il serramento di un'abitazione con vetrocamera di larghezza 0.8 m e altezza 1.5 m composto da due strati di vetro (k = 0.78 W/m·°C) di 4 mm, separati da una intercapedine di aria ferma (k= 0.026 W/m·°C) di 10 mm. Assumere che i coefficienti di convezione termica sul lato interno e quello esterno dell'abitazione sono rispettivamente h_1 = 10 W/m^2·°C e h_2 = 40 W/m^2·°C, comprensivi degli effetti dell'irraggiamento.

Determinare la quantità oraria di calore disperso attraverso il vetrocamera e le temperature interne del vetro sapendo che di giorno le temperatura interna è mantenuta a 20 °C e quella esterna è di -10 °C.



cizio 2

SOLUZIONE

Questo problema coinvolge la conduzione attraverso il vetro e la convezione sulla sua superficie. Si ricorre al concetto di resistenza termica e il disegno della rete di resistenza termica, come mostrato in fig. 1 . Notando che l'area della finestra è A = 0.8 m x 1.5 m = 1.2 m^2, le singole resistenze sono valutate dalle loro definizioni:

$$R_i = R_{conv,1} = \frac{1}{h_1 A} = \frac{1}{(10\,W/m^2\cdot{}^\circ C)(1.2\,m^2)} = 0.08333\,{}^\circ C/W$$

$$R_1 = R_3 = R_{vetro} = \frac{L_1}{k_1 A} = \frac{0.004\,m}{(0.78\;W/m\cdot{}^\circ C)(1.2\,m^2)} = 0.00427\,{}^\circ C/W$$

$$R_2 = R_{aria} = \frac{L_2}{k_2 A} = \frac{0.01\,m}{(0.026\;W/m\cdot{}^\circ C)(1.2\,m^2)} = 0.3205\,{}^\circ C/W$$

$$R_o = R_{conv,2} = \frac{1}{h_2 A} = \frac{1}{(40\,W/m^2\cdot{}^\circ C)(1.2\,m^2)} = 0.02083\,{}^\circ C/W$$

Si osservi che tutte queste resistenze sono in serie, la resistenza totale è:

$$\begin{aligned} R_{totale} &= R_{conv,1} + R_{vetro,1} + R_{aria} + R_{vetro,2} + R_{conv.2} \\ &= 0.08333 + 0{,}00427 + 0.3205 + 0.00427 + 0.02083 \\ &= 0.4332\ {}^\circ C/W \end{aligned}$$

Allora il calore disperso dal serramento sarà:

$$\dot{Q} = \frac{T_{\infty 1} - T_{\infty 2}}{R_{totale}} = \frac{\big(20-(-10)\big){}^\circ C}{0.4332\ {}^\circ C/W} = \mathbf{69.2\,W}$$

Che vale circa un quarto del valore ottenuto nell'esempio precedente, questo spiega l'enorme vantaggio d'impiego dei doppi e tripli vetri nei climi freddi. La forte riduzione del calore disperso è dovuto alla grande resistenza offerta dall'aria contenuta tra i due vetri.

La temperatura superficiale interna del vetro in questo caso sarà data da:

$$T_1 = T_{\infty 1} - \dot{Q}R_{conv,1} = 20{}^\circ C - (69.2\,W)(0.08333\,{}^\circ C/W) = \mathbf{14.2\,{}^\circ C}$$

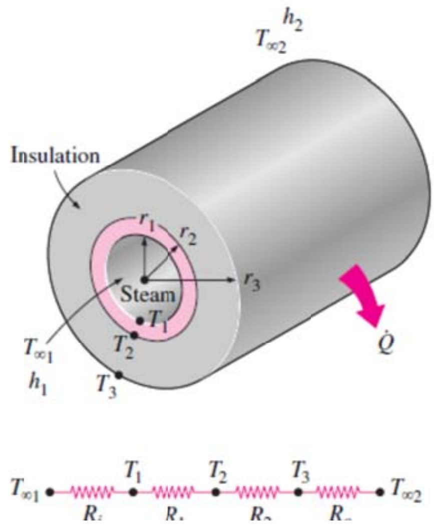
Che è considerevolmente maggiore di -2.2 °C dell'esempio precedente. Quindi, il doppio vetro di una finestra si ghiaccia raramente. Il doppio vetro della finestra ridurrà anche l'aumento di calore in estate, e quindi ridurrà i costi dell'aria condizionata.

[2] Esempio 3-3 pag 136 - Heat and Mass Transfer: Fundamentals & Applications – Y. Cengel - McGraw-Hill, 2011

Esercizio 3[3] – calore disperso da una tubazione di vapore isolata

Del vapore alla T_1 = 320 °C scorre in un tubo di ghisa (k = 80 W/m·°C) con diametro interno D_1 = 5 cm e diametro esterno D_2= 5.5 cm. La tubazione è rivestita con un isolante di lana di vetro dello spessore di 3 cm k = 0.05 W/m·°C. Il calore è disperso nell'ambiente con una $T_{\infty 2}$= 5 °C.

Determinare la quantità di calore orario dispersa dalla tubazione per unità di lunghezza.



SOLUZIONE

Il sistema coinvolge la presenza di quattro resistenze termiche, quelle dovute alla convezione interna ed esterna al sistema fisico vengono considerate solo nell'approfondimento. Si assume la lunghezza della tubazione L = 1 m.

$$R_i = R_{conv,1} = \frac{1}{h_1 A} = \frac{1}{(10\,W/m^2\cdot °C)(1.2\,m^2)} = 0.08333\,°C/W$$

$$R_1 = R_{tubazione} = \frac{ln(r_2/r_1)}{2\pi k_1 L} = \frac{ln(2.75/2.5)}{2\pi(80\;W/m\cdot °C)(1\,m)} = 0.00002\,°C/W$$

$$R_2 = R_{isolante} = \frac{ln(r_3/r_2)}{2\pi k_2 L} = \frac{ln(5.75/2.75)}{2\pi(0.05\;W/m\cdot °C)(1\,m)} = 2.35\,°C/W$$

$$R_o = R_{conv,2} = \frac{1}{h_2 A} = \frac{1}{(40\,W/m^2\cdot °C)(1.2\,m^2)} = 0.02083\,°C/W$$

Si osservi che tutte queste resistenze sono in serie, la resistenza totale è:

$$R_{totale} = R_{tubo} + R_{isolante} = 0.00002 + 2.35 = 2.35002\;°C/W$$

Allora il calore disperso dalla tubazione sarà:

$$\dot{Q} = \frac{T_{\infty 1} - T_{\infty 2}}{R_{totale}} = \frac{(320-5)°C}{2.35002\;°C/W} = \mathbf{134\;W} \qquad \text{(per m di tubazione)}$$

[3] Esempio 3-8 pag 151 - Heat and Mass Transfer: Fundamentals & Applications – Y. Cengel - McGraw-Hill, 2011

*** Esercizio 4 – approfondimento**

Si determini per l'esercizio precedente il calore disperso all'esterno dalla tubazione assumendo che i coefficienti di convezione interno h_1= 60 W/m^2·°C ed esterno siano h_2= 18 W/m^2·°C. Determinare inoltre la differenza di temperatura della tubazione e nell'isolante.

In questo caso dovranno essere considerati gli scambi termici per convezione sulle due superfici della tubazione.

Le aree delle superfici interessate dalla convezione sono:

$$A_1 = 2\pi R_1 L = 2\pi(0.025\,m)(1\,m) = 0.157\,m^2$$
$$A_2 = 2\pi R_2 L = 2\pi(0.0575\,m)(1\,m) = 0.361\,m^2$$

$$R_i = R_{conv,1} = \frac{1}{h_1 A_1} = \frac{1}{(60\,W/m^2\cdot°C)(1.157\,m^2)} = 0.1063\,°C/W$$
$$R_1 = R_{tubazione} = \frac{ln(r_2/r_1)}{2\pi k_1 L} = \frac{ln(2.75/2.5)}{2\pi(80\ W/m\cdot°C)(1\,m)} = 0.00002\,°C/W$$
$$R_2 = R_{isolante} = \frac{ln(r_3/r_2)}{2\pi k_2 L} = \frac{ln(5.75/2.75)}{2\pi(0.05\ W/m\cdot°C)(1\,m)} = 2.35\,°C/W$$
$$R_o = R_{conv,2} = \frac{1}{h_2 A_2} = \frac{1}{(18\,W/m^2\cdot°C)(0.361\,m^2)} = 0.154\,°C/W$$

La resistenza totale sarà:

$$R_{totale} = R_{conv,1} + R_{tubazione} + R_{isolante} + R_{conv.2}$$
$$= 0.1063 + 0.00002 + 2.35 + 0.154 = 2.61\,°C/W$$

Il calore trasmesso nell'unità di tempo sarà:

$$\dot{Q} = \frac{T_{\infty 1} - T_{\infty 2}}{R_{totale}} = \frac{(320-5)°C}{2.61\ °C/W} = \mathbf{121\,W} \qquad \text{(per m di tubazione)}$$

Il calore perduto da una data tubazione sarà dalla quantità precedente per la lunghezza della tubazione.

Il salto termico nella tubazione e nell'isolante è dato da:

$$\Delta T_{tubazione} = \dot{Q} R_{tubazione} = (121\,W)(0.00002\,°C/W) = \mathbf{0.02\,°C}$$
$$\Delta T_{isolante} = \dot{Q} R_{isolante} = (121\,W)(2.35\,°C/W) = \mathbf{284\,°C}$$